

# 백준9267번 풀이설명회 (피드백 환영)

---

ZeroPage 31기 김도엽

# 문제

A+B 성공 다국어

5 다이아몬드 V

시간 제한	메모리 제한	제출	정답	맞힌 사람	정답 비율
2 초	128 MB	2292	187	127	11.462%

- 수학
- 정수론
- 확장 유클리드 호제법

## 문제

두 메모리 셀을 가지고 있는 컴퓨터가 있다. 각 메모리 셀은  $a$  와  $b$  로 나타낸다. 두 셀에는 정수를 저장할 수 있다. 컴퓨터가 수행할 수 있는 명령은 두 종류로  $a+=b$  와  $b+=a$  이다. 첫 번째 명령은  $a$  에 저장된 값을  $b$  에 저장된 값만큼 증가시키는 것이고, 두 번째 명령은  $b$  에 저장된 값을  $a$  에 저장된 값만큼 증가시키는 것이다.

컴퓨터의 프로그램은 위의 두 명령으로 이루어져 있다. 프로그램의 명령은 순서대로 수행된다.

$a$  와  $b$  에 저장되어 있는 값과  $s$  가 주어졌을 때, 두 연산으로  $s$  를 만드는 프로그램을 만들 수 있는지 없는지를 구하는 프로그램을 작성하시오.  $s$  는 두 셀 중 하나에 저장되어 있으면 된다.

## 입력

첫째 줄에  $a, b, s$  가 주어진다. ( $0 \leq a, b, s \leq 10^{18}$ )

## 출력

두 셀 중 하나에  $s$  가 저장되는 프로그램을 만들 수 있으면 YES를, 없으면 NO를 출력한다.

# 메인 해결법

- 처음 두 셀을 A, B라 하고 각각 a, b가 저장되어 있음.
  - $A = a, B = b$
  - $A = 1 \times a + 0 \times b$
  - $B = 0 \times a + 1 \times b$
- A와 B 둘 중 하나가 다음을 만족하면 YES라고 출력할 수 있음.
  - $xa + yb = S$  (단,  $\gcd(x, y) = 1$ ,  $x$ 와  $y$ 는 음이 아닌 정수)
- 여기서 S가  $\gcd(a, b)$ 의 배수가 아니면 절대 S를 만들 수 없음.
  - $xa + yb = \gcd(a, b)$  꼴의 식이라면  $(x, y)$  정수해가 존재함.

# 왜 $x$ 와 $y$ 는 서로소이어야 하나요?

- $6a+10b$ 를  $a+b$ 와  $a$ (또는  $b$ )로 만들기

$$6a + 10b = 6(a + b) + 4b$$

$$6a + 4b = 2a + 4(a + b)$$

$$2a + 4b = 2(a + b) + 2b$$

$$2a + 2b = 2a \text{ or } 2b$$

- 즉,  $ax+by$ 를 만들 수 있다면  $\gcd(x,y)a+\gcd(x,y)b$ 도 가능해야 함
- $\gcd(x,y)=1$ 이어야  $a+b$ 와  $a$ (또는  $b$ )로 만들 수 있음

# 확장 유클리드 호제법이란?

- 
- $ax + by = c$ 에서  $c$ 가  $\gcd(a, b)$ 의 배수일 때 정수해를 갖는다
  - $(a, b)$  정수쌍을 알면  $(x, y)$  정수쌍을 알 수 있다는 뜻

- 이 이후로 ext gcd라고 줄여서 부르겠습니다. (Extended Euclid Algorithm)

# ext gcd의 구현

$$x_0 = 1, x_1 = 0, y_0 = 0, y_1 = 1, r_0 = a, r_1 = b$$

$$r_i = r_{i-2} \bmod r_{i-1}$$

if  $r_i = 0$  then return  $(x_{i-1}, y_{i-1})$

$$q_i = \lfloor r_{i-2} \div r_{i-1} \rfloor$$

$$x_i = x_{i-2} - q_i \times x_{i-1}$$

$$y_i = y_{i-2} - q_i \times y_{i-1}$$

- 원출처 :  
<https://joonas.tistory.com/25>
- <https://www.notion.so/9267-A-B-D5-7e5dd8a32fc349b181fea014e6ed4d0b#f04906362db64adbac6d31cc2a2f3d09>

# ext gcd의 구현(예시)

▼  $a = 27, b = 39, S = 249$

$$27x + 39y = 3$$

$$\gcd(a, b) = 3$$

$$9x + 13y = 1$$

진행 회차	x	y	r	q
0	1	0	9	
1	0	1	13	0
2	1	0	9	1
3	-1	1	4	2
4	3	-2	1	4
STOP			0	

$$3 \times 9 + (-2) \times 13 = \gcd(9, 13) = 1$$

$$3S \times 9 + (-2)S \times 13 = S$$

$$249 \times 9 + (-166) \times 13 = 83$$

$$(249 - 13 \times 19) \times 9 + (13 \times 19 - 166) \times 13 = 83$$

$$2 \times 9 + 81 \times 13 = 83$$

$\gcd(2, 81) = 1$ 이므로 YES 출력

# 이제 남은 건 반복문 단 하나

- $x$ 를 가능한 한 작게 만들고,  $y$ 는 그만큼 늘린다.
  - $xa+yb=S \rightarrow (x-Sb^*t)a + (y+Sa^*t)b = S$
- $x+=b, y+=a$  하면서 다음 조건을 확인한다.
  - $X>0, y>0$
  - $\text{Gcd}(x, y)=1$
  - 둘 다 만족하면 YES 출력
  - $y \leq 0$ 이 되는 순간 NO 출력



# 질문